

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

پیش آزمون

پایه

۷

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

تاریخ پیش آزمون: آذرماه ۱۴۰۴

# پیش آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

تعداد سؤال: ۴۰ مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	—	فصل ۵ (پیوستگی)	فصل ۴ (تا ابتدای مشتق تابع مرکب، صفحه ۹۶ تا ۹۷)
هندسه	—	فصل ۲	فصل ۲ (درس ۳: سهمی) (صفحه ۵۰ تا ۵۹)
گسسته	—	فصل ۴ (آمار استنباطی)	فصل ۲ (از ابتدای احاطه‌گری تا انتهای فصل) (از صفحه ۴۳ تا انتهای فصل)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

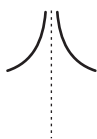
سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵



www.SanjeshCloud.ir

## ریاضیات

- ۱- خط  $y = 3x + 4$  بر نمودار  $y = f(x)$  در  $x = 2$  مماس باشد، مقدار  $f'(2) - 3f(2)$  چه عددی است؟
- (۱)  $-27$  (۲)  $-24$  (۳)  $-32$  (۴)  $-33$
- ۲- اگر  $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & x \geq 1 \\ ax^2 + b & x < 1 \end{cases}$  به طوری که  $f'_+(1) = f'_-(1) = 2$  مقدار  $\frac{a}{b}$  چه عددی است؟
- (۱)  $-4$  (۲)  $4$  (۳)  $-3$  (۴)  $3$
- ۳- تابع  $y = [\sin(\frac{\pi}{6}x)]$  در کدام نقطه مشتق پذیر است؟
- (۱)  $x = 2$  (۲)  $x = 4$  (۳)  $x = 6$  (۴)  $x = 8$
- ۴- زاویه بین نیم‌مماس‌های تابع  $y = \sqrt{1-a}|x|$  در نقطه گوشه برابر  $90^\circ$  است، مقدار مثبت  $a$  کدام است؟
- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $2$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $2\sqrt{2}$
- ۵- مقدار  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\pi}{3} \cos 2h + \cos \frac{\pi}{3} \sin 2h - \sin \frac{\pi}{3}}{h}$  را به کمک تعریف مشتق به دست آورده‌ایم، حاصل در کدام گزینه آمده است؟
- (۱)  $1$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ۶- اگر  $f(x) = \frac{ax+4}{x+b} \cdot [2x+1]$  به طوری که  $f'_+(1) - f'_-(1) = 2$  مقدار  $b$  چه عددی است؟
- (۱)  $-2$  (۲)  $-4$  (۳)  $-3$  (۴)  $-1$
- ۷- هرگاه  $f(x) = ax + \frac{b}{x}$  به طوری که  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - 3}{2h + 2h^2} = 4$  مقدار  $a$  کدام است؟
- (۱)  $2$  (۲)  $2/5$  (۳)  $4$  (۴)  $4/5$
- ۸- اگر  $f(2) = 0$  و  $f'(2) = 3$ ، مقدار  $\lim_{x \rightarrow \infty} xf(\frac{2x+4}{x})$  کدام است؟
- (۱)  $3$  (۲)  $6$  (۳)  $16$  (۴)  $12$
- ۹- نمودار مشتق تابع  $y = \sqrt[3]{4x+2a}$  در اطراف  $x = 1$  به صورت زیر است، مقدار  $a$  کدام است؟
- (۱)  $-4$  (۲)  $4$  (۳)  $-2$  (۴)  $2$

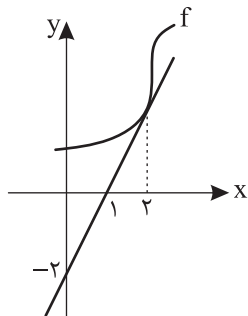


محل انجام محاسبات

۱۰-  $f$  تابعی پیوسته است به طوری که  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x^2 - 1} = \frac{3}{4}$  معادله خط مماس بر نمودار  $y = f(x)$  در  $x = 1$  محور طول‌ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $-3$  (۴)  $3$

۱۱- در شکل زیر نمودار  $f$  و خط مماس بر آن رسم شده است. اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f''(x) + a}{2x^2 - x - 6} = \frac{b}{7}$  مقدار  $\frac{b}{a}$  چه عددی است؟



- (۱)  $-3$   
(۲)  $-2$   
(۳)  $4$   
(۴)  $6$

۱۲- کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱)  $|f|$  در  $\alpha$  پیوسته باشد،  $f$  هم در  $\alpha$  پیوسته است.  
(۲)  $[f]$  در  $\alpha$  پیوسته باشد،  $f$  هم در  $\alpha$  پیوسته است.  
(۳)  $f$  در  $\alpha$  پیوسته باشد،  $|f|$  هم در  $\alpha$  پیوسته است.  
(۴)  $f$  در  $\alpha$  پیوسته باشد،  $[f]$  هم در  $\alpha$  پیوسته است.

۱۳- کدام تابع در  $x = 1$  فقط پیوستگی یک‌طرفه دارد؟

- (۱)  $y = (x-1)[2x]$  (۲)  $y = [x^2 - 2x]$  (۳)  $y = [\sin \frac{\pi x}{4}]$  (۴)  $y = [\sin \pi x]$

۱۴- تابع  $f(x) = \begin{cases} (2a+1)[x] + (a^2-2)[-x] & x \notin \mathbb{Z} \\ \gamma b \sin \frac{\pi}{a} & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته است. مقدار  $b$  چه عددی است؟

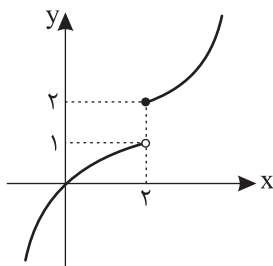
- (۱)  $-2\sqrt{3}$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳)  $\frac{-2}{\sqrt{3}}$  (۴)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

۱۵- تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{mx^3 + n}{a-x} & x \neq a \\ 1 & x = a \end{cases}$  روی  $\mathbb{R}$  پیوسته است. مقدار  $\frac{a}{n}$  چه عددی است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $-3$  (۴)  $3$

محل انجام محاسبات

۱۶- نمودار تابع  $f - g$  شکل زیر است. هرگاه  $f + g = \begin{cases} ax + \frac{a}{x} & x \geq 2 \\ 2x^2 + a & x < 2 \end{cases}$  مقدار  $a$  کدام باشد تا  $y = g(x)$  در  $x = 2$  پیوسته باشد؟



۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

۱۷- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} x|\frac{x}{2}| & |x| < 2 \\ ax - bx^2 & |x| \geq 2 \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد، مقدار  $ab$  چه عددی است؟

-۲ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

-۱ (۱)

۱۸- اگر  $f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 - mx + m - 1|}{m|x^2 - 1| - |x - 1|} & x \neq 1 \\ \frac{2m}{3 - m} & x = 1 \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

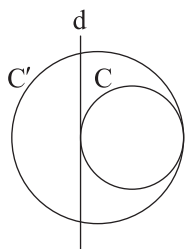
-۴ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

۱۹- مطابق شکل دو دایره  $C(O, 3)$  و  $C'(O', 5)$  مماس داخل‌اند. خط  $d$  مماس بر دایره  $C$  و عمود بر خط‌المركزین دو دایره است. اگر بازتاب دایره  $C$  نسبت به خط  $d$  را دایره  $C''$  بنامیم، طول مماس مشترک خارجی دو دایره  $C'$  و  $C''$  کدام است؟



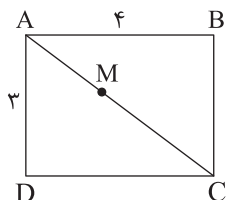
۳ (۱)

$2\sqrt{3}$  (۲)

۴ (۳)

$3\sqrt{2}$  (۴)

۲۰- در مستطیل شکل زیر به ابعاد ۳ و ۴، نقطه  $M$  روی قطر مستطیل به فاصله ۲ واحد تا رأس  $A$  قرار دارد. اگر این مستطیل را تحت بردار  $\vec{AM}$  انتقال دهیم، مساحت ناحیه مشترک مستطیل  $ABCD$  و شکل حاصل از انتقال کدام است؟



$\frac{108}{25}$  (۱)

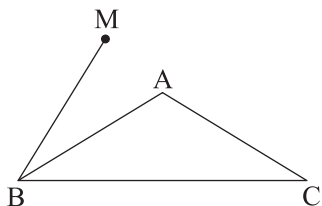
$\frac{108}{10}$  (۲)

$\frac{54}{25}$  (۳)

$\frac{81}{25}$  (۴)

محل انجام محاسبات

۲۱- مثلث  $\triangle ABC$  ( $\hat{B} = \hat{C} = 30^\circ$ ) مفروض است. نقطه  $M$  بیرون مثلث چنان قرار گرفته است که  $BM = AB$ . بازتاب  $M$  نسبت به  $AB$  را  $N$  و بازتاب  $N$  نسبت به  $BC$  را  $P$  می‌نامیم. نسبت محیط مثلث  $\triangle MBP$  به محیط مثلث  $\triangle ABC$  کدام است؟



(۱)  $3(2 - \sqrt{3})$

(۲)  $\frac{2 + \sqrt{3}}{6}$

(۳)  $3(\sqrt{3} - 1)$

(۴)  $\frac{\sqrt{3} + 1}{3}$

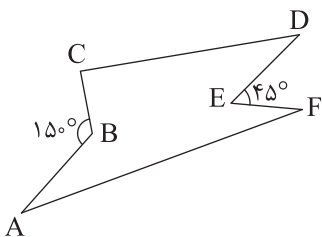
۲۲- دایره  $C(O, 2)$  را با بردار  $\vec{v}$  به اندازه ۶ واحد به دایره  $C'(O', R)$  تصویر می‌کنیم. سپس مجانس دایره  $C'$  به مرکز وسط  $OO'$  و نسبت تجانس مثبت ۲ را به دایره  $C''(O'', R')$  تبدیل می‌کنیم. طول مماس مشترک داخلی دایره‌های  $C$  و  $C''$  چند واحد است؟

(۱)  $\sqrt{77}$  (۲)  $3\sqrt{5}$  (۳) ۹ (۴)  $4\sqrt{2}$

۲۳- کمترین محیط مثلث  $\triangle ABC$  که در آن  $A(3, 2)$  و  $B(15, 7)$  و  $C$  نقطه‌ای دلخواه روی محور  $x$ ها باشد، کدام است؟

(۱) ۲۴ (۲) ۲۶ (۳) ۲۸ (۴) ۳۰

۲۴- در زمین زیر، با طول‌های  $AB = 3\sqrt{2}$ ،  $BC = 2\sqrt{2}$ ،  $DE = 4$  و  $EF = 2\sqrt{2}$ ، می‌خواهیم بدون آنکه محیط زمین تغییر کند، مساحتش را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت برابر کدام است؟



(۱) ۱۸

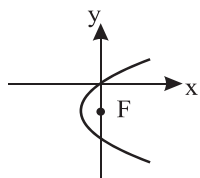
(۲) ۱۲

(۳) ۱۶

(۴) ۱۴

۲۵- اگر خط  $y = 4$  خط هادی سهمی  $x^2 + 4x + my = 12$  باشد، مجموع مؤلفه‌های کانون سهمی کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲



۲۶- معادله سهمی زیر به صورت  $y^2 - kx = -4y$  می‌باشد.  $k$  کدام است؟

(۱) ۲

(۲) -۲

(۳) ۴

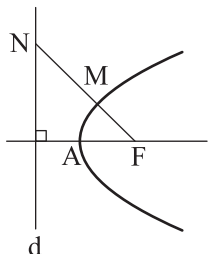
(۴) -۴

محل انجام محاسبات

۲۷- در یک سهمی قائم رو به بالا، نقطه  $M(1, 2)$  نقطه تلاقی خط هادی و محور تقارن سهمی است، از کانون  $F$  خطی عمود بر محور تقارن و موازی خط هادی رسم می‌کنیم تا سهمی را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع کند. اگر مساحت مثلث  $MAB$  برابر ۱۶ باشد، کدام گزینه می‌تواند مختصات نقطه  $A$  باشد؟

- (۱)  $(5, 6)$       (۲)  $(5, -6)$       (۳)  $(-5, 6)$       (۴)  $(-5, 12)$

۲۸- معادله سهمی زیر به صورت  $3y^2 = 8(x + y)$  است. اگر  $F$  کانون،  $A$  رأس،  $d$  خط هادی سهمی و  $MN = 3$  باشد، آنگاه اندازه  $NF$  برابر کدام است؟

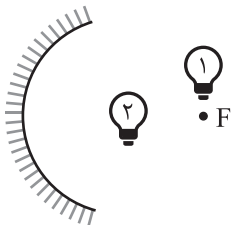


- (۱) ۶  
(۲) ۷  
(۳) ۴  
(۴) ۵

۲۹- مرکز دایره  $x^2 + y^2 - 2y = 3$  بر کانون سهمی  $(x + m)^2 = 2(y + n)$  منطبق است. تعداد نقاط برخورد دایره و سهمی کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۳۰- در شکل زیر لامپ‌های ۱ و ۲ به ترتیب در راستای عمودی و افقی کانون آینه سهموی قرار دارند. بازتاب شعاع‌های نور لامپ‌های ۱ و ۲ پس از برخورد به جداره داخلی آینه سهموی به ترتیب چگونه‌اند؟



- (۱) موازی و رو به پایین - موازی  
(۲) موازی و رو به بالا - موازی  
(۳) موازی و رو به پایین - غیرموازی  
(۴) موازی و رو به بالا - غیرموازی

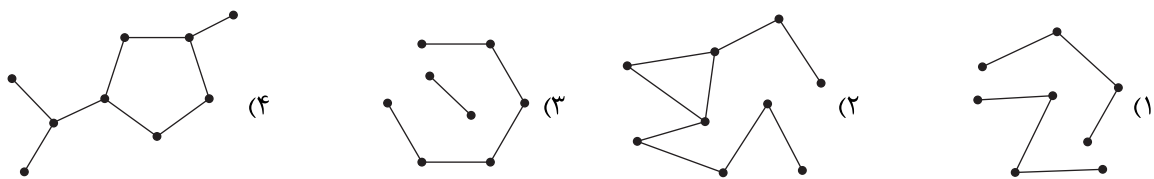
۳۱- در جدول زیر ۶ روستای متعلق به یک شهرستان و فاصله مستقیم هر دو روستا نمایش داده شده‌اند قرار است در برخی از روستاها پمپ گاز نصب شود به طوری که هر روستا یا خود، پمپ گاز داشته باشد و یا فاصله مستقیم از روستایی که پمپ گاز دارد کمتر از ۱۲ باشد. در گراف مدلسازی شده برای این منظور، رقم یکان عدد حاصل از  $q^2 + \Delta$  کدام است؟

	a	b	c	d	e	f
a		۱۳	۷	۱۱	۲۰	۱۵
b	۱۳		۹	۶	۱۳	۱۳
c	۷	۹		۱۵	۱۴	۸
d	۱۱	۶	۱۵		۱۰	۹
e	۲۰	۱۳	۱۴	۱۰		۱۷
f	۱۵	۱۳	۸	۹	۱۷	

- (۱) ۲  
(۲) ۳  
(۳) ۴  
(۴) ۵

محل انجام محاسبات

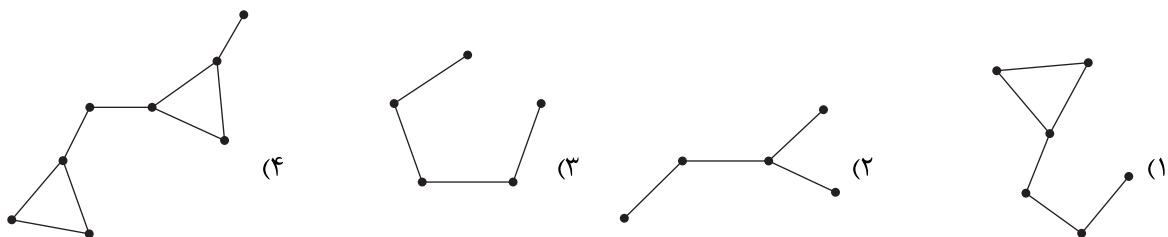
۳۲- کدام یک از گراف‌های زیر مجموعهٔ احاطه‌گر ۳ عضوی ندارد؟



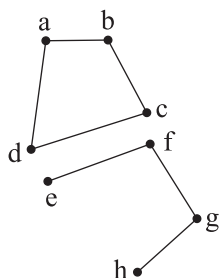
۳۳- حاصل عبارت  $\gamma(C_{14}) + \gamma(K_8) + 3\gamma(\bar{P}_1) + 4\gamma(P_1)$  برابر عدد  $t$  است. ( $\bar{P}_1$  مکمل گراف  $P_1$  است.) مجموع ارقام  $t$  کدام است؟

- (۱) ۹
- (۲) ۸
- (۳) ۷
- (۴) ۶

۳۴- در کدام یک از گراف‌های زیر مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم یکتا است؟



۳۵- گراف زیر به تعداد  $t$  مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم دارد. تعداد شمارنده‌های مثبت  $t$  کدام است؟



- (۱) ۸
- (۲) ۹
- (۳) ۶
- (۴) ۴

۳۶- در گراف زیر، مجموعهٔ  $A$  مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال است. حداکثر تعداد اعضای  $A$  کدام است؟



- (۱) ۸
- (۲) ۷
- (۳) ۶
- (۴) ۵

محل انجام محاسبات

۳۷- در گرافی از مرتبه  $P$  مقادیر  $\Delta$  و  $\gamma$  به ترتیب برابر ۵ و ۶ است. اگر آن گراف دو رأس تنها داشته باشد، آنگاه حداکثر مقدار  $P$  کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۶ (۳) ۳۶ (۴) ۳۴

۳۸- در نمونه‌گیری به شیوه‌ی سامانمند از ۱۱۰۷ داده آماری که از ۱ تا ۱۱۰۷ شماره‌گذاری شده‌اند، هر دو داده ۵۱ و ۹۲ انتخاب شده‌اند. اگر نمونه‌گیری سرشماری نباشد، آنگاه کدام یک از داده‌های زیر نیز جزء منتخبین خواهد بود؟

- (۱) ۲۵۶ (۲) ۲۵۹ (۳) ۲۶۲ (۴) ۲۶۵

۳۹- در جامعه‌ای با واریانس ۹، نمونه‌هایی به اندازه ۲۲۵ انتخاب می‌کنیم. انحراف معیار میانگین نمونه‌ها چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{10}$  (۲)  $\frac{2}{10}$  (۳)  $\frac{4}{10}$  (۴)  $\frac{8}{10}$

۴۰- جامعه‌ای نامتناهی مفروض است و سامان نمونه‌ای به صورت:  $\{۸, ۵, ۲\}$  انتخاب کرده است. بازه اطمینان ۹۵٪ ارائه شده توسط سامان برای میانگین چند عدد صحیح را در بر دارد؟ (واریانس جامعه موردنظر با واریانس جامعه  $\{۱, ۲, ۳, \dots, ۱۱\}$  یکسان است.)

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

محل انجام محاسبات